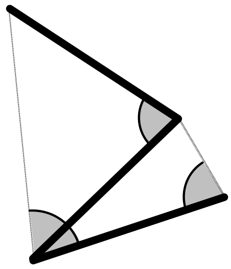
Lösungsbeispiel aus dem vergangenen Jahr und Tipps

Die folgende Lösung einer Wettbewerbsaufgabe aus der ersten Runde des vergangenen Jahres zeigt dir, dass du mit den Kenntnissen der Mittelstufe erfolgreich teilnehmen kannst.

Aufgabe 1

Drei gleich lange Stäbe werden wie in der Abbildung so gelegt, dass die markierten Winkel gleiche Größe haben.



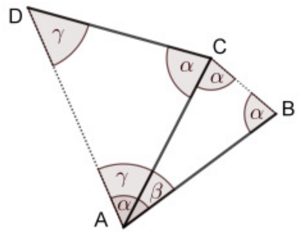
Bestimme diese Größe.

Lösung:

Der Winkel hat die Weite $\frac{540°}{7} = 77\frac{1}{7}°$.

Beweis:

Die drei gleich langen Stäbe gehören zu gleich langen Strecken, deren Endpunkte wie in der untenstehenden Zeichnung mit A,B,C und D bezeichnet sind. Die Weite der drei gleich weiten Winkel sei mit α bezeichnet.



Da die Strecken AB und AC gleich lang sind, ist das Dreieck ABC gleichschenklig. Die beiden Basiswinkel haben die Weite α. Nach Winkelsummensatz gilt $\beta = 180° - 2\alpha$. Analog ist das Dreieck ACD gleichschenklig mit Spitze C und Basis AD. Für den Basiswinkel γ gilt nach dem Winkelsummensatz $2\gamma + \alpha = 180°$. Nach γ aufgelöst ergibt sich $\gamma = \frac{180°-\alpha}{2} = 90° - \frac{\alpha}{2}$.

Die Winkel β und γ am Punkt A ergänzen sich zum markierten Winkel der Weite α, also $\beta + \gamma = \alpha$. Setzt man $\beta = 180° - 2\alpha$ und $\gamma = 90° - \frac{\alpha}{2}$ ein, so ergibt sich

$$(180° - 2\alpha) + \left(90° - \frac{\alpha}{2}\right) = \alpha.$$

Vereinfacht man den Term auf der linken Seite, so ergibt sich $270° - \frac{5}{2}\alpha = \alpha$. Daraus ergibt sich

$$\alpha = \frac{2}{7} \cdot 270° = \frac{540°}{7} = 77\frac{1}{7}°$$

Das ist das gesuchte Ergebnis.

So, und nun bist du dran. Bei den umstehenden neuen Wettbewerbsaufgaben sollst du den Beweis führen.
Notiere in deinen Beweisen bei jedem Schritt, welchen Satz du verwendest. Z.B. schreibe „Nach dem Winkelsummensatz für Dreiecke gilt .....“. Wenn du keinen Namen des Satzes kennst, so kannst du den Satz auch umschreiben: „Da in einem Dreieck die Winkelsumme 180° beträgt, folgt nun ....“. Es muss nur bei jedem Schritt deutlich werden, was du verwendest und wie du schließt.
Auch wenn du eine Aufgabe nicht vollständig lösen kannst oder nicht alle Schritte vollständig begründen kannst, so schreibe doch bitte trotzdem deinen Lösungsanfang und deine Ideen für die Lösung auf. Vielleicht fehlen nur noch wenige Schritte zur vollständigen Lösung.

Beim Lösen einer Geometrieaufgabe helfen dir vielleicht die folgenden Punkte:

- *Mache dir eine genaue Zeichnung und überprüfe den Aufgabentext anhand der Zeichnung ganz genau. Überzeuge dich, dass du die Aufgabe richtig verstehst. Falls du die Aufgabe nicht ganz verstehst, so kannst du fragen, z.B. unter* info@landeswettbewerb-mathematik.de
- *Kennzeichne in der Zeichnung alle gegebenen und gesuchten Größen mit unterschiedlichen Farben.*
- *Überprüfe, ob du in der Figur gleichschenklige oder gar gleichseitige Dreiecke erkennen kannst. Welche Folgerungen kannst du dann für die Innenwinkel in solchen Dreiecken ziehen?*
- *Zeichne Hilfslinien ein, dadurch entstehen oft neue Figuren.*
- *Aus Zeichnungen kannst du nur Beweisideen entnehmen, diese musst du dann noch begründen. Begründungen wie „Durch Nachmessen erkenne ich ....“ oder „Ich sehe in der Zeichnung, dass....“ genügen nicht.*
- *Versuche durch* Vorwärtsarbeiten *(also ausgehend von den Voraussetzungen) weitere Beziehungen herzuleiten.*
- *Versuche auch durch* Rückwärtsarbeiten *(was müsste erfüllt sein, damit ich den Beweis führen kann?) voran zu kommen.*
- *Überlege, ob du mit einem Kongruenzsatz eine Länge oder einen Winkel erschließen kannst.*
- *Überlege, ob du die Aufgabe in einem Spezialfall lösen kannst – manchmal erhält man dabei eine Idee für den allgemeinen Fall.*

Teilnahmebedingungen und Hinweise

* Teilnahmeberechtigt sind alle Schülerinnen und Schüler aus Baden-Württemberg, die eine Gemeinschaftsschule, Realschule oder ein Gymnasium bis Klassenstufe 10 einschließlich besuchen.
* Für den Wettbewerb werden die Lösungen von höchstens vier der sechs Aufgaben gewertet. Bis einschließlich Klassenstufe 9 können diese vier Aufgaben beliebig ausgewählt werden. Teilnehmerinnen und Teilnehmer der Klassenstufe 10 dürfen aus den Aufgaben 2 bis 6 auswählen.
* **Für eine schnellere Erfassung der Daten, erbitten wir unbedingt die zusätzliche Eingabe der Daten in ein Online-Formular auf unserer Homepage.**
* In der ersten Runde ist Gruppenarbeit zugelassen. Eine Gruppe kann aus bis zu drei Mitgliedern bestehen. Besucht mindestens ein Gruppenmitglied die Klassenstufe 10, so werden nur Lösungen zu den Aufgaben 2 bis 6 gewertet.
* Bei jeder Aufgabe sind vier Punkte erreichbar. Jeder Einzelteilnehmer mit mindestens acht Punkten erhält eine Urkunde und einen Buchpreis. Die Mitglieder einer Gruppe erhalten eine Urkunde. Für einen ersten Preis sind mindestens 14 Punkte erforderlich, für einen zweiten Preis mindestens 11 Punkte.
* Einzelteilnehmer und Gruppenmitglieder, die einen ersten oder zweiten Preis erhielten, können sich durch die Teilnahme an der zweiten Runde für ein mehrtägiges mathematisches Seminar qualifizieren. In der zweiten Runde ist keine Gruppenarbeit mehr zugelassen. Zu diesen Seminaren werden bis zu 50 Jugendliche eingeladen. Es entscheidet das Ergebnis der zweiten Runde.
* Die in der ersten Runde erfolgreichsten „Juniorstarter“ aus Klasse 6 werden zu einem ein- bis zweitägigen mathematischen Seminar eingeladen.
* Für die Lösung jeder Aufgabe ist ein gesondertes Blatt DIN A4 zu verwenden, das jeweils mit dem Namen zu versehen ist.
* Jede Einsendung muss auf der ersten Seite mit der unterschriebenen Erklärung versehen sein, dass alle Aufgaben selbstständig bzw. nur in Zusammenarbeit mit den Gruppenmitgliedern gelöst wurden. Die Selbstständigkeit bleibt gewahrt, wenn zu Fragen der Dokumentation um Hilfe nachgesucht wird oder Begriffe in der Aufgabenstellung erfragt werden. Nachfragen sind auch unter info@landeswettbewerb-mathematik.de möglich.
  Ein Verstoß gegen diese Teilnahmebedingungen – dazu zählt etwa auch die missbräuchliche Nutzung von Internetforen – wird mit Disqualifikation geahndet.
* Zu einer vollständig richtigen Lösung gehört insbesondere, dass alle wesentlichen Zwischenschritte aufgeführt und begründet sind. Die bloße Angabe eines Zahlwertes oder von Beispielen genügt nicht als Lösung. Bei der Verwendung von mathematischen Sätzen, die aus dem Unterricht oder aus dem Schulbuch nicht bekannt sind, ist eine präzise, vollständige Formulierung und eine genaue Quellenangabe, jedoch kein Nachweis erforderlich. Gegen die Verwendung eines Computerprogramms oder eines Taschenrechners als Hilfsmittel zur Ideenfindung bzw. Rechnungskontrolle ist nichts einzuwenden, doch müssen in der Darstellung der Lösung die für den jeweiligen Nachweis wesentlichen Schritte und Resultate ohne diese Hilfsmittel nachvollziehbar und überprüfbar sein.
* Die Korrekturentscheidung ist endgültig und unterliegt nicht dem Rechtsweg.
* Nach Abschluss der Korrektur erhalten alle Teilnehmer Nachricht über das Ergebnis und Lösungsbeispiele zu allen Aufgaben.
* Eine Rücksendung der korrigierten Arbeiten ist aus organisatorischen Gründen nicht möglich. Es empfiehlt sich deshalb, eine Kopie anzufertigen, um die eigenen Lösungen mit den Lösungsbeispielen vergleichen zu können.
* Die ausreichend frankierten Zuschriften (Umschlag DIN A4) sind zu richten an:

  Hebel-Gymnasium
  Landeswettbewerb Mathematik
  Torsten Rupf
  Simmlerstraße 1
  75172 Pforzheim

  Einsendeschluss ist der **06.11.2020**
  (Eingang beim Organisationsteam).
* Übungsmaterial:
  Die Aufgaben und Lösungen früherer Wettbewerbe sind auf einer CD erschienen und können über www.landeswettbewerb-mathematik.de angefordert werden.